

(Print) ISSN 1439–8222

(Internet) ISSN 1439–8303

Nummer/Number 10

Auflage/Edition 1

Berichte zur Umweltphysik

Reports on Environmental Physics

Vorschrift zur Berechnung der
Abgasfahnenüberhöhung
von Schornsteinen und Kühltürmen

*Specification of the calculation of plume rise for
stacks and cooling towers*

Ulf Janicke

September 2017



Ingenieurbüro Janicke, Hermann-Hoch-Weg 1, 88662 Überlingen, Germany

Autoren/*Authors* :

Dr. Ulf Janicke
Ing.-Büro Janicke
Hermann-Hoch-Weg 1
D-88662 Überlingen
(Email uj@janicke.de)

Berichte zur Umweltphysik (Print), ISSN 1439–8222

Berichte zur Umweltphysik (Internet), ISSN 1439–8303

Herausgeber:

Ingenieurbüro Janicke
Hermann-Hoch-Weg 1, 88662 Überlingen
Deutschland
Internet: www.janicke.de

Die Berichte dieser Schriftenreihe erscheinen in unregelmäßigen Zeitabständen. Sie werden im Selbstverlag gedruckt und außerdem auf der Internet-Seite www.janicke.de in Form von Pdf-Dateien kostenlos zur Verfügung gestellt. Alle Rechte sind dem Herausgeber vorbehalten.

Publisher:

Janicke Consulting
Hermann-Hoch-Weg 1, 88662 Überlingen
Germany
Internet: www.janicke.de

The reports of this series are published at irregular time intervals and are printed by the publisher. In addition, the reports are made available free of charge in the Internet on page www.janicke.de in form of pdf files. All rights are reserved to the publisher.



Vorschrift zur Berechnung der Abgasfahnenüberhöhung von Schornsteinen und Kühltürmen

Ulf Janicke

September 2017

Zusammenfassung

Dieser Bericht enthält eine Vorschrift zur Berechnung der Abgasfahnenüberhöhung von Schornsteinen und Kühltürmen. Die Vorschrift beruht auf dem dreidimensionalen, integralen Fahnenmodell für trockene und feuchte Fahnen *PLURIS* (JANICKE & JANICKE, 2001), auf Zusatzuntersuchungen, die im *Bericht zur Umweltphysik* Nr. 9 (JANICKE ET AL., 2017) erläutert sind, und auf Konventionen. Sie kann zum Beispiel im Rahmen von Ausbreitungsrechnungen mit einem Partikelmodell nach Richtlinie VDI 3945 Blatt 3 (2000) eingesetzt werden.

Abstract

This report contains a specification of the calculation of plume rise for stacks and cooling towers. The specification is based on the three-dimensional, integral plume rise model for dry and wet plumes *PLURIS* (JANICKE & JANICKE, 2001), on additional studies described in *Report on Environmental Physics* No. 9 (JANICKE ET AL., 2017), and on conventions. It can be used for example in the context of dispersion calculations with a particle model according to the standard VDI 3945 Part 3 (2000).



Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
2	Anwendungsbereich	4
3	Formelzeichen	5
4	Berechnung der Abgasfahnenüberhöhung	7
4.1	Überhöhungsmodell	7
4.1.1	Modellgleichungen	7
4.1.2	Weitere Festlegungen	9
4.2	Meteorologische Profile	10
4.3	Endüberhöhung	10
4.4	Stacktip downwash	11
4.5	Parameter für die Ausbreitungsrechnung	12
5	Fahneninduzierte Turbulenz	13
6	Umrechnungen	13
	Literatur	14



1 Einführung

Die Freisetzung von Schadstoffen aus einem Schornstein oder allgemein aus einer gefassten Quelle erfolgt über Abgase, die meist einen thermischen Auftrieb und mechanischen Aufwärtsimpuls besitzt, so dass die Schadstoffe über die Mündung hinaus nach oben transportiert werden.

Nach der Freisetzung wird hauptsächlich aufgrund der durch den Geschwindigkeitsunterschied zwischen Abgas und Umgebungsströmung erzeugten Turbulenz Umgebungsluft in die Abgasfahne eingemischt, so dass sich Impuls, Temperatur und Feuchte der Fahne immer mehr den Werten der Umgebungsströmung annähern. Die Fahne biegt in Richtung der – in der Regel horizontalen – Umgebungsströmung um und ihr Durchmesser nimmt zu. Wenn sich die Fahneneigenschaften weitgehend denen der Umgebungsluft angenähert haben, wird der weitere Transport hauptsächlich durch die Advektion und Diffusion in der ungestörten Strömung bestimmt.

Anfängliche Fahnedynamik und spätere Ausbreitung in der näherungsweise ungestörten Strömung können im Rahmen einer Ausbreitungsrechnung vereinfacht über das Konzept der Endüberhöhung miteinander verbunden werden. Hierzu wird ein Kriterium festgelegt, wann sich die Fahne nicht mehr signifikant von der Umgebungsluft unterscheidet und die Überhöhung somit formal ihren Endwert erreicht hat. Mit einem Überhöhungsmodell wird dann der Verlauf der Fahnenachse bis zum Erreichen dieser Endüberhöhung bestimmt. Die Ausbreitungsrechnung wird anschließend für die ungestörte Strömung durchgeführt, wobei der zuvor berechnete Verlauf der Fahnenachse parametrisch aufgeprägt wird. Auch die zusätzliche Aufweitung durch die fahneninduzierte Turbulenz kann dabei berücksichtigt werden.

In diesem Bericht wird eine Bestimmungsvorschrift für die Abgasfahnenüberhöhung und ihre Ankopplung an ein Ausbreitungsmodell, insbesondere ein Partikelmodell nach Richtlinie VDI 3945 Blatt 3 (2000), festgelegt. Grundlage sind das Überhöhungsmodell *PLURIS* (JANICKE & JANICKE, 2001) und die im *Bericht zur Umweltphysik* Nr. 9 (JANICKE ET AL., 2017) aufgeführten Untersuchungen. Für allgemeine Grundlagen siehe zum Beispiel BRIGGS (1975) und BAEHR & KABELAK (2012).

Im Gegensatz zu einfachen parametrischen Festlegungen der Abgasfahnenüberhöhung wie in Richtlinie VDI 3782 Blatt 3 (1985) wird der Verlauf der Fahnenachse für frei vorgegebene Profile von Windgeschwindigkeit, Windrichtung, Temperatur und Feuchte – zum Beispiel festgelegt nach Richtlinie VDI 3783 Blatt 8 (2017) – unter Berücksichtigung der kombinierten thermischen und mechanischen Effekte explizit berechnet. Die Berechnung erfolgt numerisch durch Lösung der Differentialgleichungen, die sich aus den Erhaltungssätzen für die über den Fahnenquerschnitt gemittelten Größen ergeben (integrales Fahnenmodell).

Das Verfahren ist für trockene und feuchte Fahnen anwendbar und kann neben Schornsteinen auch für Kühltürme anstelle der Richtlinie VDI 3784 Blatt 2 (1990) eingesetzt werden.



2 Anwendungsbereich

Die folgende Vorschrift zur Berechnung der Abgasfahnenüberhöhung beschränkt sich auf die vertikale Ableitung von Abgas aus einer gefassten Quelle wie einem Schornstein oder Kühlturm. Im folgenden wird verkürzt meist nur der Begriff Schornstein verwendet.

Die Austrittsbedingungen und meteorologischen Verhältnisse werden als zeitlich konstant angenommen und es wird der stationäre Verlauf der Fahnenachse bestimmt. Für die Anwendbarkeit sollte die Transportzeit, nach der die Endüberhöhung erreicht wird, kleiner sein als das Mittelungsintervall, auf dem die Austrittsparameter und die meteorologischen Parameter vorgegeben werden.

Das Verfahren ist anwendbar für Zeitintervalle, in denen die Austrittsparameter und meteorologischen Parameter als konstante Werte über einen Mittelungszeitraum von mindestens 5 Minuten vorgegeben werden. Für kleinere Mittelungszeiten ist die Anwendbarkeit zu prüfen. Das Verfahren ist uneingeschränkt anwendbar auf die stationären Situationen einer meteorologischen Ausbreitungsklassenstatistik.

Es wird ein einzelner, einzügiger Schornstein betrachtet. Gegebenenfalls ist zu prüfen, ob mehrere Züge innerhalb eines Schornsteins oder mehrere dicht nebeneinander liegende Schornsteine als ein effektiv einzelner, einzügiger Schornstein behandelt werden können.

Der Effekt des *stacktip downwash* (siehe Abschnitt 4.4) wird berücksichtigt. Einflüsse auf die Fahnenausbreitung durch weitere Schornsteine oder Hindernisse wie Gebäude oder dichter Bewuchs in der Nähe des Schornsteins werden nicht betrachtet. Sie können bei Verwendung eines Partikelmodells in Kombination mit einem geeigneten Windfeldmodell näherungsweise berücksichtigt werden: Die Überhöhung wird durch eine vertikale Zusatzgeschwindigkeit des Partikels modelliert, die der Bewegung des Partikels in dem drei-dimensionalen Windfeld überlagert wird.

Das Abgas kann trocken oder feucht (Wasserdampf und kondensierte Wassertröpfchen) sein. Eingangsgrößen sind die Höhe der Schornsteinmündung, der Innendurchmesser an der Schornsteinmündung und die über den Innendurchmesser gemittelten Werte von Vertikalgeschwindigkeit, Temperatur, spezifischem Wasserdampfgehalt und spezifischem Flüssigwassergehalt des Abgases.

Die Umgebungsluft wird durch vorgegebene Vertikalprofile von Windgeschwindigkeit, Windrichtung und Temperatur am Ort des Schornsteins charakterisiert. Horizontal inhomogene Verhältnisse werden nicht berücksichtigt.

Das Ergebnis der Bestimmungsvorschrift ist die Endüberhöhung der Abgasfahne sowie geeignete Modellparameter (vertikale Zusatzgeschwindigkeit, ihre Varianz und ihre Abklingzeit) für die Ankopplung an ein Partikelmodell nach Richtlinie VDI 3945 Blatt 3 (2000).

Das Überhöhungsmodell *PLURIS* und einige der hier aufgeführten Festlegungen wie das Abbruchkriterium sind im Prinzip auch für Situationen außerhalb des betrachteten Anwendungsbereiches einsetzbar, etwa für nicht-vertikalen Austritt des Abgases.



3 Formelzeichen

In diesem Bericht werden folgende Bezeichnungen verwendet:¹

0	Subskript zur Kennzeichnung der Anfangsparameter der Fahne an der Schornsteinmündung.
v	Subskript für die kartesischen Indizes x,y,z eines Vektors.
\sim	Zeichenzusatz zur Kennzeichnung eines Umgebungswertes.
A	Querschnittsfläche der Fahne (πR^2).
c_p	Spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck (1004.1 J/(kg K)).
D	Durchmesser der Fahne ($2R$).
E	Einmischfunktion.
f	Abbruchfaktor zur Bestimmung der Endüberhöhung.
f_{red}	Reduktionsfaktor zur Berücksichtigung von <i>stacktip downwash</i> .
F_r	Densimetrische Froude-Zahl.
g	Erdbeschleunigung (9.8066 m/s ²).
h	Höhe der Fahnenachse über der Schornsteinmündung (Fahnenüberhöhung).
h_f	Endüberhöhung (Differenz zwischen Endhöhe der Fahnenachse und der Schornsteinhöhe).
h_v	Verdampfungsenthalpie (2454.3 kJ/kg).
H_a	Höhe über Grund, in der Windgeschwindigkeit und Windrichtung vorgegeben werden.
H_s	Höhe der Schornsteinmündung über Grund.
H_T	Höhe über Grund, in der die Umgebungstemperatur vorgegeben wird (Standard 2 m).
K	Verhältnis zwischen Austrittsgeschwindigkeit und Windgeschwindigkeit an der Schornsteinmündung.
K_{krit}	Kritischer Wert von K für die Festlegung von f_{red} .
m	Masse feuchter Luft in einem Volumenelement V ($m = m_d + m_v + m_l$).
m_d	Masse trockener Luft in einem Volumenelement V .
m_l	Masse Flüssigwasser in einem Volumenelement V .
m_v	Masse Wasserdampf in einem Volumenelement V .
M	Abkürzung für den Massenfluss $A\rho u$.
p	Druck.
p_0	Druck am Erdboden (Standard 101300 Pa).

¹Zur deutlicheren Unterscheidung sind Höhen über Grund mit einem Großbuchstaben und Höhen, die sich auf das Niveau der Schornsteinmündung beziehen, mit einem Kleinbuchstaben gekennzeichnet.



q	Spezifischer Wasserdampfgehalt, spezifische Feuchte (Masse Wasserdampf pro Gesamtmasse, $q = m_v/m$).
q_s	Spezifischer Wasserdampfgehalt bei Sättigung.
r	Windrichtung.
r_a	Windrichtung in Höhe h_a .
R	Radius der Fahne.
R_d	Gaskonstante von trockener Luft ($R_d = 287.05 \text{ J}/(\text{kg K})$).
R_v	Gaskonstante von Wasserdampf ($R_v = 461.52 \text{ J}/(\text{kg K})$).
R_M	Abgasvolumenstrom bei Betriebsbedingungen.
\tilde{R}	Relative Feuchte der Umgebungsluft.
s	Wegstrecke eines Volumenelementes entlang der Fahnenachse.
t_s	Transportzeit eines Volumenelementes.
$t_{1/2}$	Transportzeit eines Volumenelementes, in der die halbe Endüberhöhung erreicht wird.
T	Temperatur.
T_a	Umgebungstemperatur in Höhe H_T (Standard 10°C).
T_s	Abklingzeit für die Zusatzgeschwindigkeit v_0 in einem Partikelmodell.
u	Betrag der Geschwindigkeit.
u_*	Schubspannungsgeschwindigkeit.
\mathbf{u}	Geschwindigkeitsvektor.
u_a	Windgeschwindigkeit in Höhe H_a .
v_0	Vertikale Zusatzgeschwindigkeit in einem Partikelmodell.
w	Betrag der Relativgeschwindigkeit zwischen Fahne und Umgebungsluft.
\mathbf{w}	Vektor der Relativgeschwindigkeit zwischen Fahne und Umgebungsluft.
w_{\parallel}	Betrag der Komponente von \mathbf{w} parallel zur Fahnenachse.
w_{\perp}	Betrag der Komponente von \mathbf{w} senkrecht zur Fahnenachse.
V	Volumenelement.
W	Volumenanteil Wasserdampf in Prozent.
x	Wasserbeladung (Masse Wasserdampf und Flüssigwasser pro Masse trockener Luft, $x = (m_v + m_l)/m_d$).
X	X-Koordinate der Fahnenachse als Funktion von s .
Y	Y-Koordinate der Fahnenachse als Funktion von s .
Z	Z-Koordinate der Fahnenachse als Funktion von s .
α	Konstante in der Definition der Einmischfunktion ($\alpha = 0.15$).
β	Konstante in der Definition der Einmischfunktion ($\beta = 0.6$).
ϵ	Abkürzung für den Einmischterm $2\pi\tilde{\rho}E$.



- η Spezifischer Flüssigwassergehalt (Masse kondensierter Wasserdampf pro Gesamtmasse, $\eta = m_l/m$).
- γ Konstante in der Definition der Einmischfunktion ($\gamma = 0.38$).
- $\sigma_{0;u,v,w}$ Standardabweichungen von v_0 in einem Partikelmodell.
- ζ Spezifischer Gesamtwassergehalt ($\zeta = q + \eta = (m_v + m_l)/m$).
- ρ Dichte feuchter Luft ($\rho = m/V$).

4 Berechnung der Abgasfahnenüberhöhung

Für die Berechnung des Fahnenverlaufs ist das in JANICKE & JANICKE (2001) beschriebene Überhöhungmodell zu verwenden, das im folgenden mit *PLURIS* bezeichnet wird (plume rise).

4.1 Überhöhungmodell

Das Modell *PLURIS* beschreibt die Dynamik der Fahne anhand von über den Fahnenquerschnitt A gemittelten Kenngrößen der Fahne (integrales Fahnenmodell) und Differentialgleichungen, die sich aus den Erhaltungssätzen von Masse, Impuls, Wassergehalt und Enthalpie ergeben. Die Fahnenachse wird formal in die Mitte der als Kreis mit Durchmesser D angenommenen Querschnittsfläche A gelegt.

Das System von gekoppelten Differentialgleichungen liefert in stark vereinfachten Grenzfällen die sogenannten Briggs-Gleichungen (BRIGGS, 1975), mit denen der Verlauf der Fahnenachse analytisch beschrieben wird. Im allgemeinen Fall ist die Lösung nur numerisch möglich. Das Ergebnis sind der stationäre, dreidimensionale Verlauf der Fahnenachse und die Kenngrößen der Fahne entlang des Weges s auf der Fahnenachse.

4.1.1 Modellgleichungen

Das Modell ist durch folgende Festlegungen und Erhaltungsgleichungen definiert.

1. Betrag der Relativgeschwindigkeit $w = \tilde{u} - u$ zwischen Umgebungsluft und Fahne sowie ihre Komponenten parallel und senkrecht zur Fahnenachse:

$$w = \left[u^2 + \tilde{u}^2 - 2 \sum_v u_v \tilde{u}_v \right]^{1/2} \quad (1)$$

$$w_{\parallel} = u^{-1} \sum_v u_v \tilde{u}_v - u \quad (2)$$

$$w_{\perp} = \left[\tilde{u}^2 - \left(u^{-1} \sum_v u_v \tilde{u}_v \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$



2. Froude-Zahl:

$$F_r^2 = \frac{\tilde{\rho} u^2}{|\tilde{\rho} - \rho| g R} \quad (4)$$

$$g = 9.8066 \text{ m/s}^2.$$

3. Einmischfunktion:

$$E = R \left(\frac{\alpha w_{\parallel}^2}{2 w} + \beta \frac{w_{\perp}^2}{w} \right) + Ru \frac{\gamma}{F_r^2} \quad (5)$$

$$\alpha = 0.15, \beta = 0.6, \gamma = 0.38.$$

4. Dichte feuchter Luft:

$$\rho = \frac{p}{R_d T} \left[\frac{1}{1 - \zeta + (R_v/R_d)q} \right] \quad (6)$$

$$R_d = 287.05 \text{ J/(kg K)}, R_v = 461.52 \text{ J/(kg K)}.$$

5. Abkürzungen:

$$M = A \rho u \quad (7)$$

$$\epsilon = 2\pi \tilde{\rho} E \quad (8)$$

6. Erhaltungsgleichung für die Masse:

$$\frac{d}{ds} M = \epsilon \quad (9)$$

7. Erhaltungsgleichung für den Impuls:

$$\frac{d}{ds} (M u_v) = \epsilon \tilde{u}_v + \delta_{v,z} A g (\tilde{\rho} - \rho) \quad (10)$$

8. Erhaltungsgleichung für die Enthalpie:

$$\frac{d}{ds} \left[M \left(T - \frac{h_v}{c_p} \eta \right) \right] = -M \frac{g}{c_p} \frac{u_z \tilde{\rho}}{u \rho} + \epsilon \left(\tilde{T} - \frac{h_v}{c_p} \tilde{\eta} \right) \quad (11)$$

$$h_v = 2454.3 \text{ kJ/kg}, c_p = 1004.1 \text{ J/(kg K)}.$$

9. Erhaltungsgleichung für den Gesamtwassergehalt:

$$\frac{d}{ds} (M \zeta) = \epsilon \tilde{\zeta} \quad (12)$$

10. Bewegungsgleichungen für die Koordinaten der Fahnenachse und der Transportzeit:

$$\frac{d}{ds}X = \frac{u_x}{u} \quad (13)$$

$$\frac{d}{ds}Y = \frac{u_y}{u} \quad (14)$$

$$\frac{d}{ds}Z = \frac{u_z}{u} \quad (15)$$

$$\frac{d}{ds}t_s = \frac{1}{u} \quad (16)$$

Das gekoppelte Gleichungssystem (9), (10), (11) und (12) wird numerisch integriert (z.B. mit dem Verfahren nach Runge-Kutta), im gleichen Zug wird der räumliche Verlauf der Fahnenachse und die Transportzeit über die Gleichungen (13) bis (16) bestimmt.

Nach jedem Integrationsschritt ergeben sich aus den Gleichungen (9) und (10) die Geschwindigkeit der Fahne und die Richtung der Fahnenachse an der neuen Position X , Y , Z . Aus den Gleichungen (11) und (12) folgen Fahnentemperatur und spezifischer Gesamtwasser- und Flüssigwassergehalt. Aus diesen Kenngrößen wird die Dichte der Fahne nach Gleichung (6) und schließlich aus dem Wert von M der Fahnenradius bestimmt. Die meteorologischen Parameter werden für die neue Position bestimmt und für den nächsten Integrationsschritt übernommen. Während der Integration wird der Verlauf $h(t_s)$ für die spätere Auswertung vermerkt (siehe Abschnitt 4.3).

4.1.2 Weitere Festlegungen

Als Anfangsparameter ($s = 0$) sind die Austrittshöhe H (Höhe der Schornsteinmündung über Grund), der innere Durchmesser D_0 der Austrittsfläche an der Schornsteinmündung und die über die Austrittsfläche gemittelten Werte der Abgasgeschwindigkeit u_0 , der Abgastemperatur T_0 , des spezifischen Wasserdampfgehalts (Feuchte) q_0 und des spezifischen Flüssigwassergehalts η_0 des Abgases vorzugeben.

Alternativ zu Feuchte und Flüssigwassergehalt kann die Wasserbeladung x_0 angegeben werden. Für Definitionen und Umrechnungen siehe Abschnitt 6.

Die Berechnung der spezifischen Feuchte ist gemäß *Bericht zur Umweltp Physik* Nr. 9 (JANICKE ET AL., 2017), Ende Abschnitt 4.2.5, vorzunehmen.

Die im Fall feuchter Fahnen implizite Berechnung von Fahnentemperatur und spezifischem Flüssigwassergehalt aus Gleichung (11) ist nach *Bericht zur Umweltp Physik* Nr. 9, Gleichung (4.42), ohne Ansatz eines Ähnlichkeitsprofils durchzuführen.

Die numerische Integration der Differentialgleichungen ist standardmäßig mit einer Schrittweite von nicht mehr als $D_0/10$ durchzuführen. In größerer Entfernung kann die Schrittweite größer gewählt werden.

4.2 Meteorologische Profile

Es sind die Vertikalprofile von Windgeschwindigkeit und Windrichtung, $\tilde{u}(z)$ und $\tilde{r}(z)$, sowie die als höhenunabhängig angenommene Schubspannungsgeschwindigkeit u_* am Ort des Schornsteins vorzugeben.

Beim Einsatz des Überhöhungsmodells in einer Ausbreitungsrechnung sind diejenigen Profile von Windgeschwindigkeit und Windrichtung und diejenige Schubspannungsgeschwindigkeit zu verwenden, die am Ort des Schornsteins in der Ausbreitungsrechnung Anwendung finden.

Ansonsten können die Profile nach der analytischen Lösung in Richtlinie VDI 3783 Blatt 8 (2017) festgelegt werden. Vorzugeben sind in diesem Fall die Rauigkeitslänge, die Verdrängungshöhe, die Obukhov-Länge und die Werte von Windgeschwindigkeit u_a und Windrichtung r_a in einer Höhe H_a . Die Schubspannungsgeschwindigkeit folgt hieraus.

Das Vertikalprofil der Temperatur $\tilde{T}(z)$ ist am Ort des Schornsteins nach Richtlinie VDI 3783 Blatt 8 (2017) festzulegen. Oberhalb der Höhe 200 m über Grund ist der Temperaturgradient auf -0.0085 K/m zu setzen. Der Wert der Temperatur in der Höhe $H_T = 2$ m über Grund kann vorgegeben werden, der Standardwert ist $T_a = 10^\circ\text{C}$.

Für den Druck ist der Bodenwert $p_0 = 101300$ Pa anzusetzen. Das Druckprofil ist aus dem Temperaturprofil wie folgt zu bestimmen (barometrische Höhenformel):

$$p(z) = p_0 \exp \left[-\frac{g}{R_d} \int_0^z \frac{1}{T(z')} dz' \right] \quad (17)$$

Die relative Feuchte der Umgebungsluft ist höhenunabhängig auf $\tilde{R} = 70\%$ zu setzen und hieraus der spezifische Wasserdampfgehalt zu bestimmen. Für die Umgebungsluft wird kein Flüssigwasser (kondensierter Wasserdampf) angenommen.

Die meteorologischen Profile werden in der Regel für diskrete Höhenwerte vorgegeben. Beim Einsatz in einer Ausbreitungsrechnung kann hierfür das Vertikalraster, das in der Ausbreitungsrechnung verwendet wird, übernommen werden. Zwischen den Höhen, für die gültige Werte vorliegen, ist linear zu interpolieren, jenseits sind die Werte konstant zu halten.

Die vorgegebenen Höhenwerte müssen mindestens den Bereich von 0 m bis 800 m über Grund abdecken und sollten für die Festlegung des Temperaturprofils die Höhe 200 m über Grund enthalten.

4.3 Endüberhöhung

Zur einfachen Ankopplung des Überhöhungsmodells an ein Ausbreitungsmodell ist die Festlegung einer Endüberhöhung erforderlich. Bei hinreichend stabiler atmosphärischer Temperaturschichtung geht die Fahne in eine horizontale Schwerewelle über und die Endüberhöhung ergibt sich unmittelbar. Bei indifferenter und labiler Schichtung steigt die Fahne jedoch im

Prinzip immer weiter nach oben, da keine rücktreibende Kraft wirkt. In diesem Fall ist ein Abbruchkriterium erforderlich, das festlegt, wann die Endüberhöhung als erreicht angesehen wird.

Für das Abbruchkriterium wird der Betrag der Relativgeschwindigkeit zwischen Fahne und Umgebungsluft mit den charakteristischen Geschwindigkeitsfluktuationen der Umgebungsluft, die vereinfacht proportional zur Schubspannungsgeschwindigkeit u_* gesetzt werden, verglichen. Die Relativgeschwindigkeit w wird im Modell bestimmt, die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* wird vorgegeben.

Ist w von vergleichbarer Größe wie u_* , dann hat die Fahne ihre dynamische Eigenständigkeit im Vergleich zur Umgebungsluft im wesentlichen verloren und es ist gerechtfertigt, im Rahmen einer Ausbreitungsrechnung den weiteren Fahnenanstieg zu vernachlässigen.

Die Berechnung des Fahnenverlaufs wird abgebrochen, wenn

$$w < fu_* \quad (18)$$

mit dem Abbruchfaktor f ist. Die Endüberhöhung h_f ist die bei Abbruch erreichte Überhöhung h .

Die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* wird in der Regel aus Bodenmessungen bestimmt, entweder direkt oder aus dem gemessenen Wert von u_a in Höhe H_a und dem theoretischen Profil der Windgeschwindigkeit. In der Praxis ist es sinnvoll, den in Gleichung (18) eingesetzten Wert von u_* auf einen Minimalwert zu beschränken. Das gilt insbesondere für sehr stabile Schichtung bei sehr niedriger Bodenrauigkeit. Der Minimalwert wird in Anlehnung an Richtlinie VDI 3783 Blatt 8 (2017) auf 0.05 m/s gesetzt, in Gleichung (18) ist also der Wert $\max(0.05 \text{ m/s}, u_*)$ einzusetzen.

Der Abbruchfaktor f ist auf den Wert $f = 1.3$ zu setzen. Dieser Wert wurde als Konvention aus verschiedenen Vergleichen und Validierungen ermittelt, siehe *Bericht zur Umweltp Physik* Nr. 9 (JANICKE ET AL., 2017), Abschnitt 4.7.

In besonders begründeten Fällen, in denen eine bewusst konservative Abschätzung der bodennahen Konzentration angestrebt wird, kann ein etwas größerer Abbruchfaktor gewählt werden, jedoch nicht größer als 2.0; er führt auf eine etwas kleinere Überhöhung und damit tendenziell auf etwas größere bodennahe Konzentrationswerte. Für die Berechnung der Schornsteinhöhe (siehe *Bericht zur Umweltp Physik* Nr. 9, 2017, Abschnitt 2.3) ist als Konvention $f = 1.7$ zu setzen.

In Ergänzung zum Abbruchkriterium ist die Endüberhöhung auf eine maximale Höhe der Fahnenachse von 800 m über Grund zu beschränken.

4.4 Stacktip downwash

In Lee des Schornsteins bildet sich kurz unterhalb der Schornsteinmündung ein Unterdruckgebiet aus, das zu einer Einmischung eines Teils der Abgasfahne und damit zu einer Reduzierung des Anstiegs der Fahnenachse führen kann (*stacktip downwash*).

Der Reduktion der Abgasfahnenüberhöhung durch *stacktip downwash* ist durch Multiplikation der berechneten Endüberhöhung mit dem Faktor

$$f_{\text{red}} = \min(1, K/K_{\text{krit}}) \quad (19)$$

zu berücksichtigen mit dem Geschwindigkeitsverhältnis an der Schornsteinmündung

$$K = \frac{u_0}{\tilde{u}(H)} \quad (20)$$

und dem kritischen Wert

$$K_{\text{krit}} = \frac{1.5}{1 + 2F_{r,0}^{-2/3}} \quad (21)$$

mit der Froude-Zahl an der Schornsteinmündung $F_{r,0}$.

Für Werte von K größer als der kritische Wert K_{krit} wird somit *stacktip downwash* vernachlässigt ($f_{\text{red}} = 1$). Das ist insbesondere der Fall, wenn die aktuelle Austrittsgeschwindigkeit u_0 wesentlich größer als die aktuelle Windgeschwindigkeit in Schornsteinhöhe $\tilde{u}(H)$ ist. Für kleinere Austrittsgeschwindigkeiten wird die Abgasfahnenüberhöhung reduziert, aber nicht völlig vernachlässigt.

4.5 Parameter für die Ausbreitungsrechnung

In Ausbreitungsrechnungen, in denen die Abgasfahnenüberhöhung durch Heraufsetzung der Emissionshöhe um die Endüberhöhung (effektive Emissionshöhe) berücksichtigt wird, kann die Endüberhöhung

$$h_{f,\text{red}} = f_{\text{red}} h_f \quad (22)$$

(siehe Abschnitte 4.3 und 4.4) direkt übernommen werden.

In einem Partikelmodell nach Richtlinie VDI 3945 Blatt 3 (2000) kann durch Vorgabe einer vertikalen Zusatzgeschwindigkeit v_0 der Partikel und einer Zeitkonstanten T_s , mit der diese exponentiell abklingt, nicht nur die Endüberhöhung abgebildet, sondern auch der berechnete Verlauf der Fahnenachse näherungsweise berücksichtigt werden.

Der gesamte Vertikalversatz der Partikel aufgrund der Zusatzgeschwindigkeit ist das Produkt $v_0 T_s$. Dieser Versatz muss gleich der Endüberhöhung $h_{f,\text{red}}$ sein. Zusätzlich wird gefordert, dass die Partikel die halbe Endüberhöhung in derselben Zeit $t_{1/2}$ erreichen, wie sie vom Überhöhungsmodell bestimmt wird.

Von dem Überhöhungsmodell sind also die Werte h_f und $t_{1/2}$ zu bestimmen, zusätzlich ist der Wert f_{red} zu berechnen. Die Modellparameter v_0 und T_s lauten dann:

$$T_s = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \quad (23)$$

$$v_0 = \frac{f_{\text{red}} h_f}{T_s} \quad (24)$$

5 Fahneninduzierte Turbulenz

Durch den Geschwindigkeitsunterschied zwischen Fahne und Umgebungsluft wird Umgebungsluft in die Fahne eingemischt und der Fahnen Durchmesser vergrößert.

Diese Aufweitung durch fahneninduzierte Turbulenz kann in einem Partikelmodell nach Richtlinie VDI 3945 Blatt 3 (2000) durch eine Varianz der Anfangsgeschwindigkeit v_0 parametrisch berücksichtigt werden.

Die Standardabweichungen $\sigma_{0;u,v,w}$ von v_0 sind auf den Wert $0.1v_0$ zu setzen. Sie werden mit derselben Zeitkonstanten T_s wie v_0 abgebaut. Die dadurch bedingte Aufweitung der Fahne – neben der durch die übliche atmosphärische Turbulenz bedingten – ist $\sigma_{0;u,v,w}T_s$, mit dem hier festgelegten Wert also 10% der Endüberhöhung.

6 Umrechnungen

Der Abgasvolumenstrom R_M bei Betriebsbedingungen ist das Produkt

$$R_M = Av_0 \quad (25)$$

Hierbei ist A die Innenfläche an der Schornsteinmündung senkrecht zur Abgasströmung und v_0 die über A gemittelte Austrittsgeschwindigkeit des Abgases.

Die Beziehung zwischen der Fläche A und dem zu ihr äquivalenten Durchmesser D_0 lautet:

$$D_0 = \sqrt{\frac{4}{\pi}A} \quad (26)$$

Aus gegebenen Werten von R_M und A ergibt sich die Austrittsgeschwindigkeit v_0 zu:

$$v_0 = \frac{R_M}{A} \quad (27)$$

Aus der spezifischen Wasserbeladung x (Masse Wasserdampf und Flüssigwasser pro Masse trockener Luft) wird die spezifische Feuchte q (Masse Wasserdampf pro Masse feuchter Luft) und der spezifische Flüssigwassergehalt η bei Kenntnis der Sättigungfeuchte q_s wie folgt bestimmt:

$$q = \min\left(q_s, \frac{x}{1+x}\right) \quad (28)$$

$$\eta = \max\left(0, \frac{x}{1+x} - q_s\right) \quad (29)$$

Liegt kein Flüssigwasser vor ($\eta = 0$), dann kann die spezifische Wasserbeladung x aus dem Volumenanteil von Wasserdampf W , angegeben in Prozent, wie folgt bestimmt werden:

$$x = 0.622 \frac{(W/100)}{1 - (W/100)} \quad \text{für } \eta = 0 \quad (30)$$



Literatur

Technische Regeln und Lehrbücher

VDI 3782 BLATT 3 (1985): *Umweltmeteorologie; Ausbreitung von Luftverunreinigungen in der Atmosphäre; Berechnung der Abgasfahnenüberhöhung*. Beuth Verlag, Berlin.

VDI 3783 BLATT 8 (2017): *Umweltmeteorologie; Messwertgestützte Turbulenzparametrisierung für Ausbreitungsmodelle*. Beuth Verlag, Berlin.

VDI 3784 BLATT 2 (1990): *Umweltmeteorologie; Ausbreitungsrechnung bei Ableitung von Rauchgasen über Kühltürme*. Beuth Verlag, Berlin.

VDI 3945 BLATT 3 (2000): *Umweltmeteorologie; Atmosphärische Ausbreitungsmodelle; Partikelmodell*. Beuth Verlag, Berlin.

BAEHR, H.D., KABELAC, S.: *Thermodynamik*. Springer, Berlin, 2012.

Fachartikel

BRIGGS, G.A. (1975): *Plume rise predictions*. In: Lectures on air pollution and environmental impact analyses. *Am. Met. Soc.*, 59-111.

JANICKE, U., JANICKE, L. (2001): *A three-dimensional plume rise model for dry and wet plumes*. *Atmospheric Environment* **35**, 877-890.

JANICKE, U., JANICKE, L., BÄCHLIN, W., FLASSAK, T., THEURER, W., TRUKENMÜLLER, A. (2017): *Weiterentwicklung ausgewählter methodischer Grundlagen der Schornsteinhöhenbestimmung und der Ausbreitungsrechnung nach TA Luft*. Berichte zur Umweltphysik Nummer 9, Auflage 1, Ingenieurbüro Janicke, ISSN 1439-8222. <http://www.janicke.de>.